UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERÍA DE PETROLEO, GAS Y PETROQUÍMICA
ESPECIALIDAD INGENIERÍA PETROQUÍMICA

TRANSFERENCIA DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO
PQ-413

Ing. Mariano Gutiérrez Orihuela

BALANCE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

BALANCE GENERAL DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

$$\begin{bmatrix} VELOCIDAD \\ DE\ MOMENTO \\ LINEAL-A-LA \\ ENTRADA \\ DEL-VOLUMEN \\ DE-CONTROL \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{SUMA DE} \\ \text{FUERZAS} \\ \text{ACTUANTES} \\ \text{EN EL} \\ \text{VOLUMEN} \\ \text{DE CONTROL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{VELOCIDAD} \\ \text{DE MOMENTO} \\ \text{LINEAL A LA} \\ \text{SALIDA} \\ \text{DEL VOLUMEN} \\ \text{DE CONTROL} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{VELOCIDAD} \\ \text{DE} \\ \text{ACUMULACION} \\ \text{DE MOMENTO} \\ \text{LINEAL EN EL} \\ \text{V.C.} \end{bmatrix}$$

$$[\mathrm{E}] + \left[\sum Fuerzas\right] = [S] + [Acumulación]$$

$$CONSIDERANDO - ACUMULACION - CERO$$

$$[S] - [E] = \left[\sum Fuerzas\right]$$

$$EL - CAMBIO - DEL - MOMENTO - LINEAL - SE - ENTIENDE - COMO:$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(mxv) = mxa = \left[\sum Fuerzas\right]$$

Sea una partícula de fluido de masa **m** sometida a una fuerza **F** durante un intervalo de tiempo $\mathbf{t_2-t_1}$, según la 2º ley de Newton:

$$F = m\frac{\partial v}{\partial t}$$

Multiplicando los dos miembros de la ecuación anterior por dt, se tiene:

$$\int_{t1}^{t2} F\partial t = \int_{v1}^{v2} m\partial v$$

Siendo **m** constante

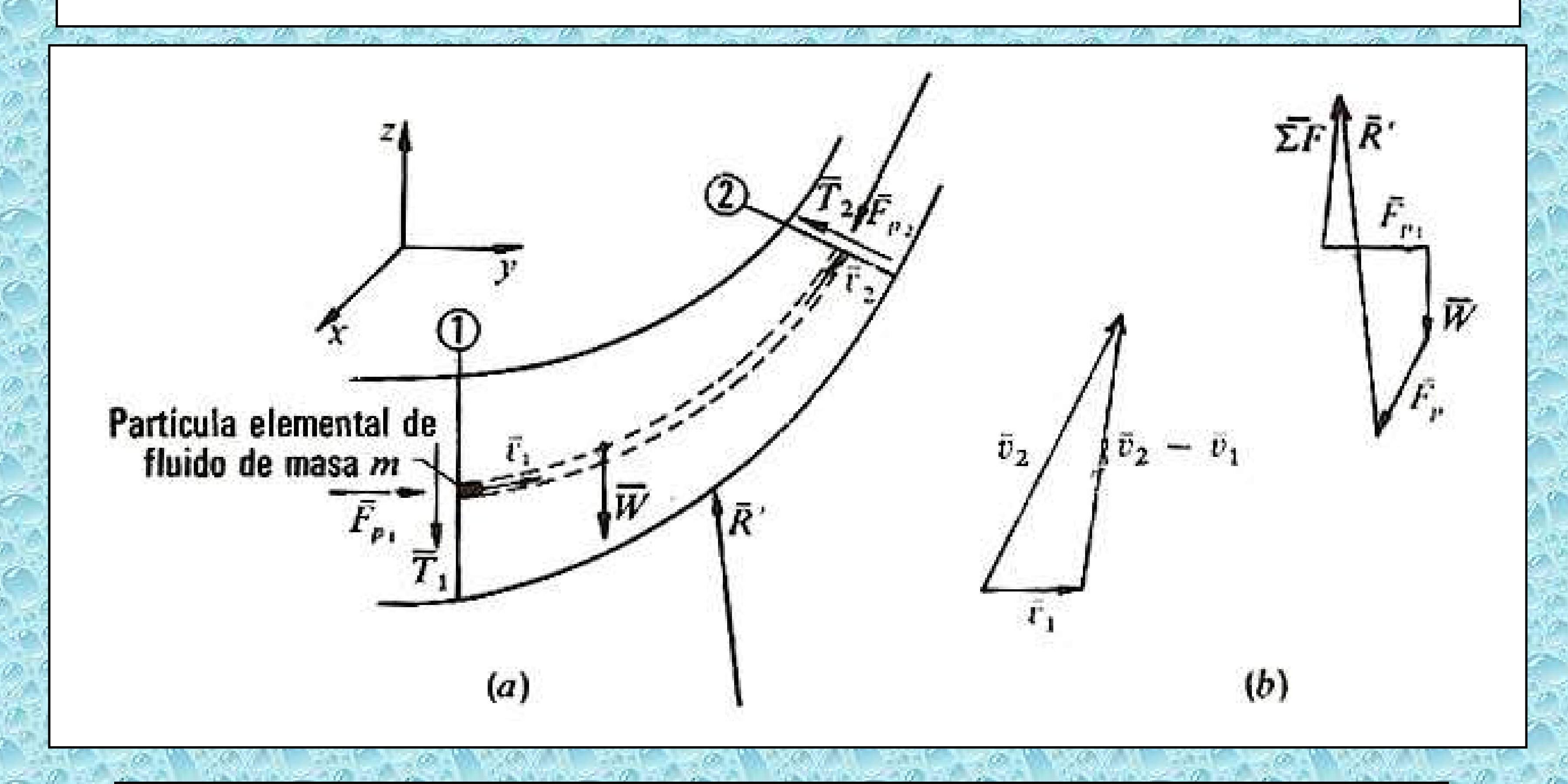
$$\int_{t1}^{t2} F\partial t = m(v_2 - v_1)$$

Donde:

-La integral de fuerza por la derivada del tiempo es conocido como **el impulso de la fuerza F**, que en general variará con el tiempo en el intervalo t_2-t_1.

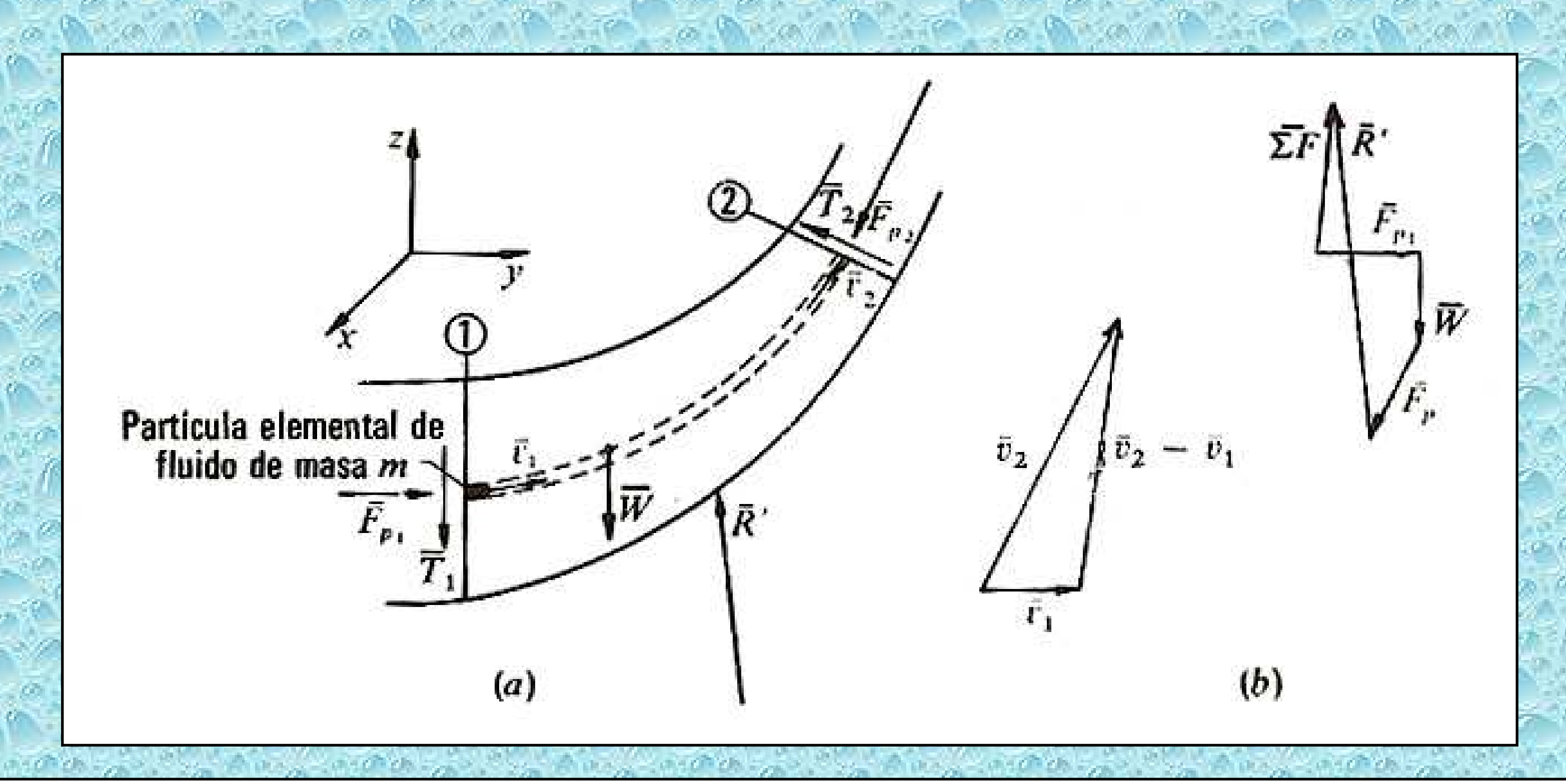
-mv es la cantidad de movimiento.

DEDUCCION DEL BALANCE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN UN TRAMO O LONGITUD DE TUBERÍA



Considerando la porción de fluido comprendido entre las secciones de control 1 y 2 normales a la corriente, y sean las velocidades v_1 y v_2 las velocidades de una partícula en las secciones 1 y 2.

El fluido ha cambiado su cantidad de movimiento al variar la sección del tubo, así como al variar la dirección de v, luego ha estado sometido a una fuerza.



Considerando el tubo aislado de la figura anterior, consideramos un filamento de corriente de fluido (dibujado con trazos en la figura anterior).

Consideramos en este filamento una partícula de fluido de masa **m**, indicado en la figura.

Los pasos a seguir son:

1. Aplicar la 2º ley de Newton
2. Integrar incluyendo todas las partículas en un mismo filamento de corriente
3. Integrar incluyendo todos los filamentos del tubo de corriente

1. APLICAR LA 2º LEY DE NEWTON

La segunda ley de Newton expresada vectorialmente dice:

$$F = m\frac{\partial v}{dt}$$

Que es equivalente a las tres ecuaciones cartesianas siguientes:

$$\partial F_x = m\frac{\partial V_x}{\partial t}$$

$$\partial F_y = m\frac{\partial V_y}{\partial t}$$

$$\partial F_z = m\frac{\partial V_z}{\partial t}$$

Se deducirá solo la ecuación según el eje x, ya que las otras se deducirán de la misma manera.

Para una partícula

$$\partial F_X = m\frac{\partial v_x}{\partial t} = \rho.\partial Q.\partial t.\frac{\partial v_x}{\partial t} = \rho.\partial Q.\partial v_x$$

Donde:

dF_x :resultante según el eje x de todas las fuerzas que actúan sobre la partícula.

m :masa de la partícula que en este caso es infinitesimal.

dQ :caudal volumétrico que circula por el filamento

Por tanto:

$$\partial F_x = \rho.\partial Q.\partial v_x$$

2. Integrar incluyendo todas las partículas en un mismo filamento de corriente

Integrando a lo largo de todo el filamento de corriente desde la sección 1 a la 2 la ecuación anterior:

$$\partial F_x = \rho.\partial Q.\partial v_x$$

Así mismo, se aplican la hipótesis de fluido incompresible (ρ=cte), y dQ caudal constante, se tendrá:

$$\int_1^2 \partial F_x = \rho.\partial Q \int_1^2 dv_x = \rho.\partial Q\left(v_{x2} - v_{x1}\right)$$

Donde $\int \partial F_x$ es la resultante según el eje x de todas las fuerzas que actúan sobre todas las partículas del filamento.

3. Integrar incluyendo todos los filamentos del tubo de corriente

Integrando sobre todos los filamentos de corriente comprendidos entre las secciones 1 y 2, tendremos:

$$F_x = \rho . \int \left(v_{x2} . \partial Q - v_{x1} \partial Q \right)$$

Donde F_x es la resultante de todas las fuerzas exteriores a la masa de flujo aislada

Respecto de las fuerzas interiores, o sea las que unas partículas de la masa aislada ejercen sobre otras partículas de la misma masa aislada, por la 3º ley de Newton (principio de acción y reacción) son iguales dos a dos y de signo contrario y se reducen a cero.

SIMPLIFICACIONES A LA ECUACIÓN

$$F_x = \rho . \int \left(v_{x2} . \partial Q - v_{x1} \partial Q \right)$$

- Suponer que en 1 y 2 las secciones son áreas constantes.
- Fluido incomprensible y de caudal constante ($M_1 = M_2$)
- Entonces la velocidad v_{X1} es constante en la sección 1, y la velocidad v_{X2} es constante en la sección 2.

Entonces la expresión final en los tres ejes coordenados es:

$$F_x = \rho . Q . \left(v_{x2} - v_{x1} \right)$$

$$F_y = \rho . Q . \left(v_{y2} - v_{y1} \right)$$

$$F_z = \rho . Q . \left(v_{z2} - v_{z1} \right)$$

Donde:

$F(F_x, F_y, F_z)$ resultante de todas las fuerzas exteriores que se ejercen sobre el volumen de control o fluido aislado (limitado por el tubo de corriente y dos secciones de control convenientemente escogidas) .

$v(v_X, v_Y, v_Z)$ velocidad media de la corriente en la sección respectiva

$$F = \rho.Q.v$$
$$Si : Q = v.A$$
$$F = \rho.A.v^2$$
$$Si : v = \frac{Q}{A}$$
$$F = \rho.\frac{Q^2}{A}$$

Cuando se aplica la Segunda Ley de Newton la cantidad ΣF representa todas las fuerzas que actúan en el volumen de control.

Las fuerzas incluyen las FUERZAS SUPERFICIALES generadas por el ambiente al actuar en la superficie de control, y las FUERZAS del cuerpo generados por CAMPOS MAGNETICOS Y GRAVITACIONALES.

FUERZAS EXTERIORES ACTUANTES EN UN VOLUMEN DE CONTROL

Las fuerzas que actúan sobre la masa aislada de fluido pueden ser según el volumen de control las siguientes:

Fuerza de la gravedad F_g
Es la fuerza de atracción de la tierra sobre el fluido aislado

Fuerzas normales de presión F_p
Fuerza ejercida por la presión que actúa sobre la superficie de la masa aislada de fluido, tanto a la izquierda como a la derecha de la masa aislada.

Fuerza de fricción F_f
Fuerzas debidas a la viscosidad. En tramos cortos de tubería se puede considerar como cero.

Fuerza de reacción ejercida por la pared de la tubería R
Fuerza de reacción en la superficie sólida de la tubería. Considerado en los casos en que la superficie de control o volumen de control incluye la pared de la tubería.

$$\sum F = F_g + F_p + F_f + R$$

- LA ECUACION DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO SE UTILIZA PRINCIPALMENTE PARA DETERMINAR LAS FUERZAS INDUCIDAS POR EL FLUJO.

POR EJEMPLO, LA ECUACIÓN PERMITE CALCULAR LA FUERZA EN EL SOPORTE DE UN CODO DE UNA TUBERÍA.

LA LEY DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO, ESTABLECE QUE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO NO SE PUEDE PERDER EN UN SISTEMA HIDRÁULICO, AUNQUE UNA PARTE DE LA MISMA PUEDA CONVERTIRSE EN FUERZA DE IMPULSO.

- ES CRUCIAL CONSTATAR QUE SE ESTÁ TRATANDO CON SUMA DE VECTORES.

$$\sum \left(M_i V_i\right)_{SALIDA} - \sum \left(M_i V_i\right)_{ENTRADA} = \sum F_{FUERZAS}$$

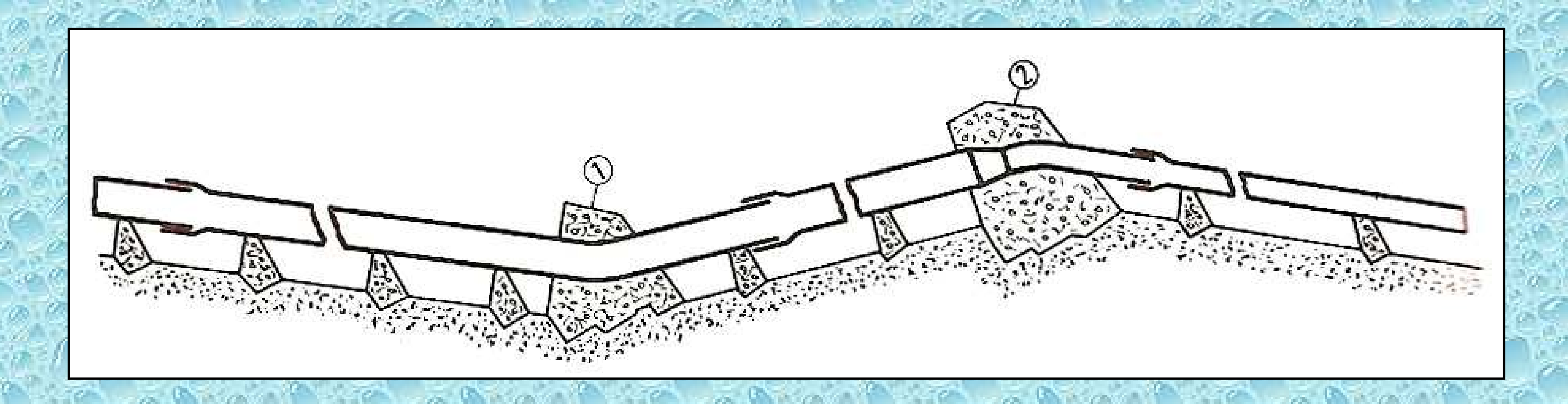
M: Flujo Másico

V: Velocidad

LA ECUACIÓN ANTERIOR INDICA QUE EN EL ESTADO ESTACIONARIO, EL **VECTOR FUERZA RESULTANTE** SOBRE UN CONTROL DE VOLUMEN FIJO ES IGUAL AL VECTOR SUMA DE LOS **FLUJOS DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO** EN LAS **SALIDAS** *MENOS* EL VECTOR SUMA EN LAS **ENTRADAS**

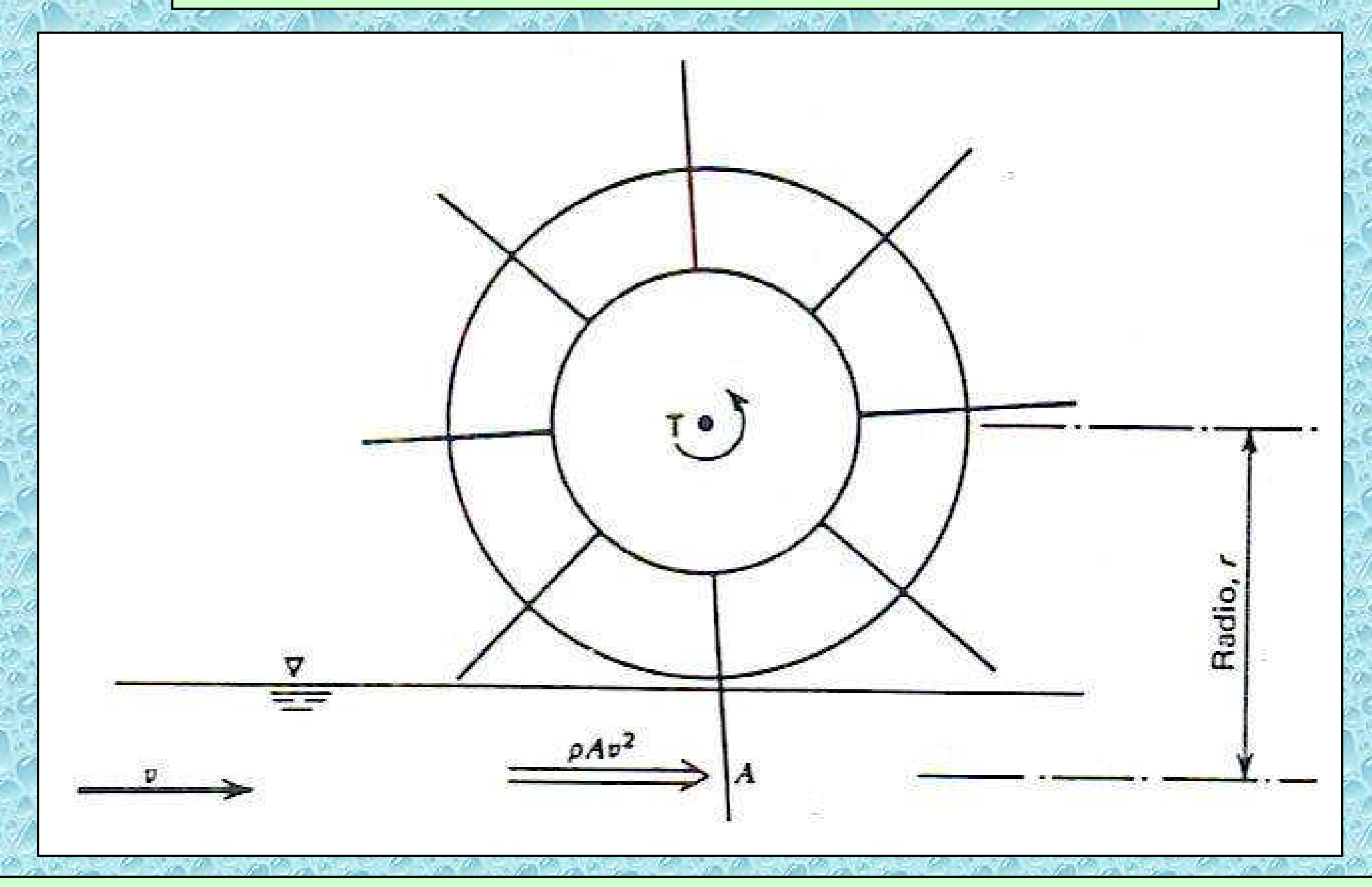
APLICACIONES

SE APLICA EN LA ECUACION FUNDAMENTAL DE LAS TURBOMAQUINAS, EN TUBERÍAS Y ACCESORIOS.



EN LOS PUNTOS 1 Y 2 EL AGUA CAMBIA SU CANTIDAD DE MOVIMIENTO Y SURGE UNA FUERZA DE REACCIÓN, QUE DEBE COMPENSARSE CON EL ANCLAJE.

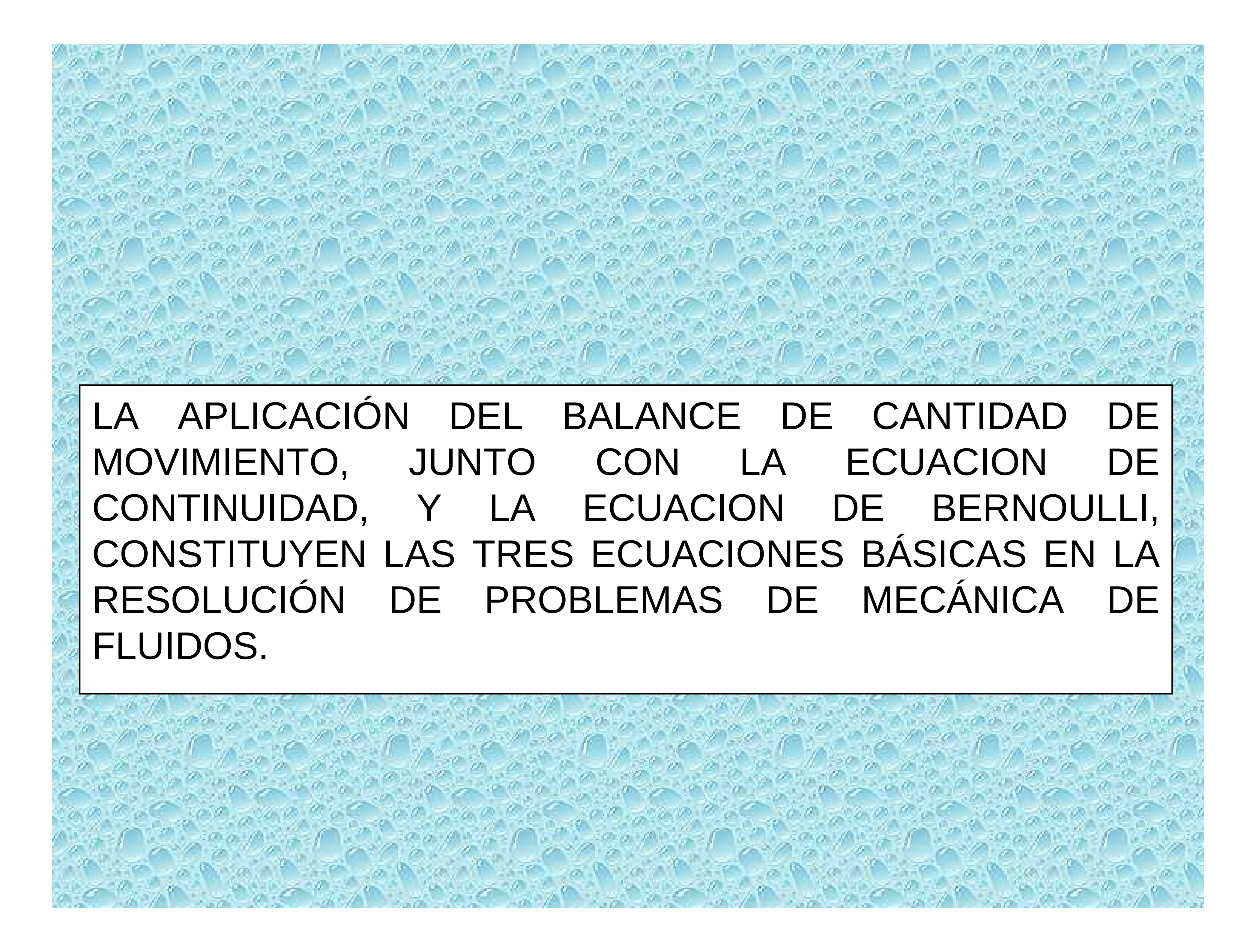
PAR DE AGUA SOBRE UNA RUEDA HIDRÁULICA



LA FUERZA PRODUCIDA POR LOS CAMBIOS EN LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO Y QUE ACTUAN SOBRE LOS ÁLABES DE UNA TURBINA PUEDE HACER QUE ESTA GIRE.
EL PRODUCTO DE LA FUERZA DE IMPULSO POR EL RADIO DE ROTACIÓN DA ORIGEN AL MOMENTO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO, O **EL PAR**

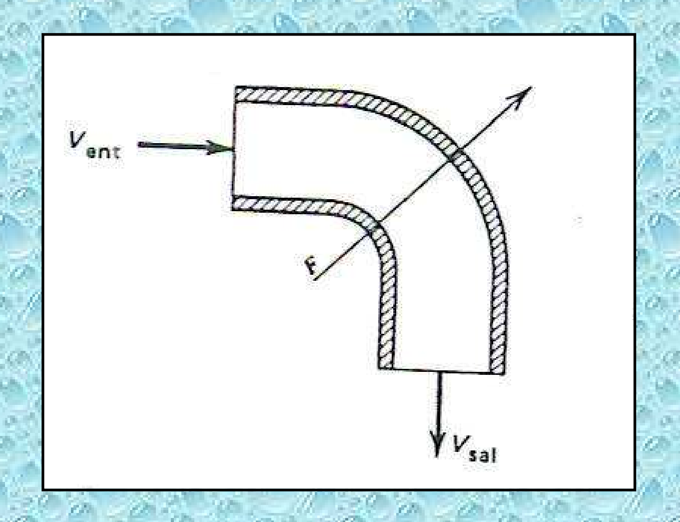
TURBINA PELTON

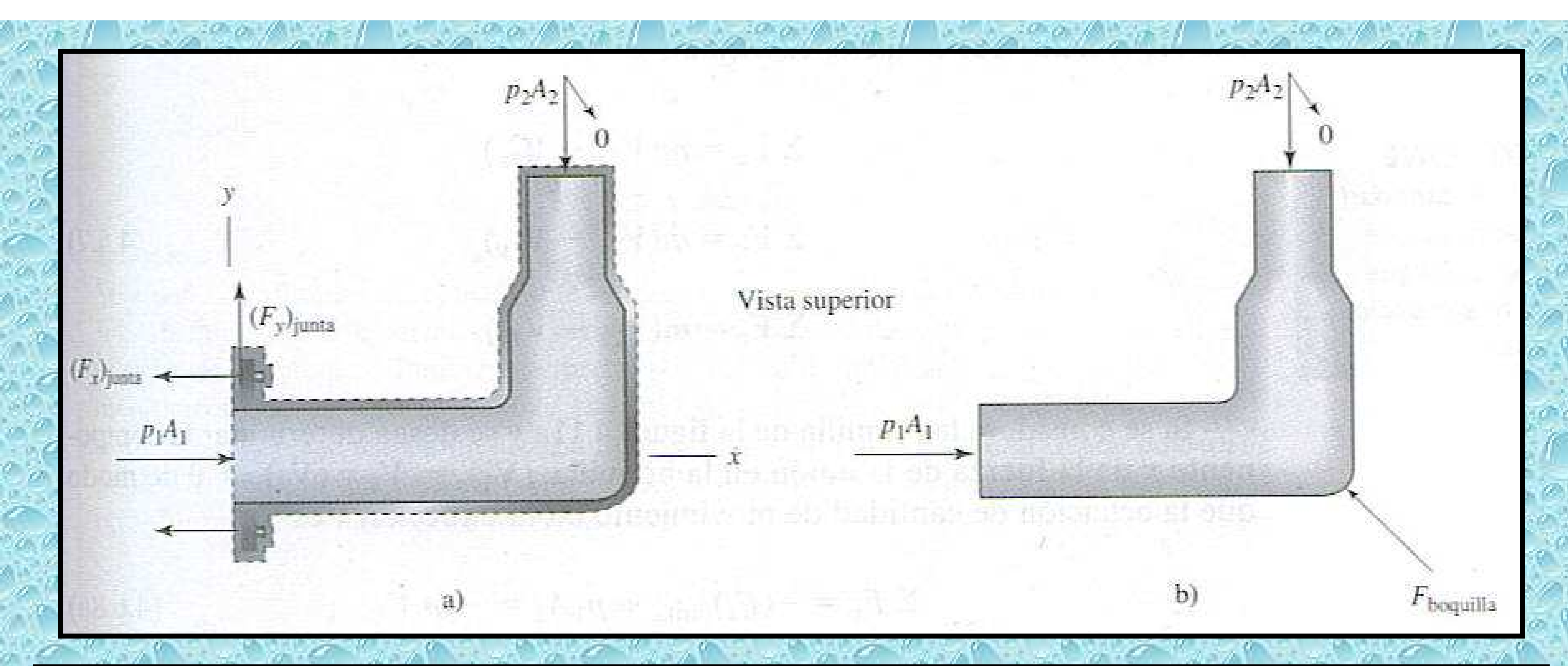



LA APLICACIÓN DEL BALANCE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO, JUNTO CON LA ECUACION DE CONTINUIDAD, Y LA ECUACION DE BERNOULLI, CONSTITUYEN LAS TRES ECUACIONES BÁSICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MECÁNICA DE FLUIDOS.

EJEMPLO

UN CODO DE 90º EN UNA TUBERÍA CON UNA SECCIÓN DE 0.018242 m^2 DE DIÁMETRO CONDUCE 0.084951 m^3/s DE AGUA A TEMPERATURA AMBIENTE. CALCULE LA MAGNITUD Y DIRECCIÓN DE LA FUERZA QUE ACTUA SOBRE EL CODO, Y QUE RESULTAN DEL CAMBIO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO DEL FLUJO.





EN LA **FIGURA A** EL VOLUMEN DE CONTROL INCLUYE LA BOQUILLA Y EL FLUIDO DENTRO DE ELLA.
LAS FUERZAS ACTUANTES PRINCIPALES SON LAS FUERZAS DEBIDAS A LA PRESIÓN Y LA FUERZA EN LA UNIÓN O JUNTA.

EN LA **FIGURA B** EL VOLUMEN DE CONTROL SOLO INCLUYE AL FLUIDO QUE HAY EN LA BOQUILLA.
LAS FUERZAS ACTUANTES SON LAS FUERZAS DE PRESIÓN A LA ENTRADA Y SALIDA, Y LA FUERZA DE PRESIÓN RESULTANTE DE LA PARED INTERIOR DE LA BOQUILLA EN EL FLUIDO

ECUACION DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO APLICADA A DEFLECTORES

LA APLICACIÓN EN DEFLECTORES CONSTITUYE UNA PARTE IMPORTANTE DEL ANÁLISIS DE TURBOMÁQUINAS, TALES COMO TURBINAS, BOMBAS Y COMPRESORES.
EN EL ANÁLISIS SE SUPONDRÁ LO SIGUIENTE:

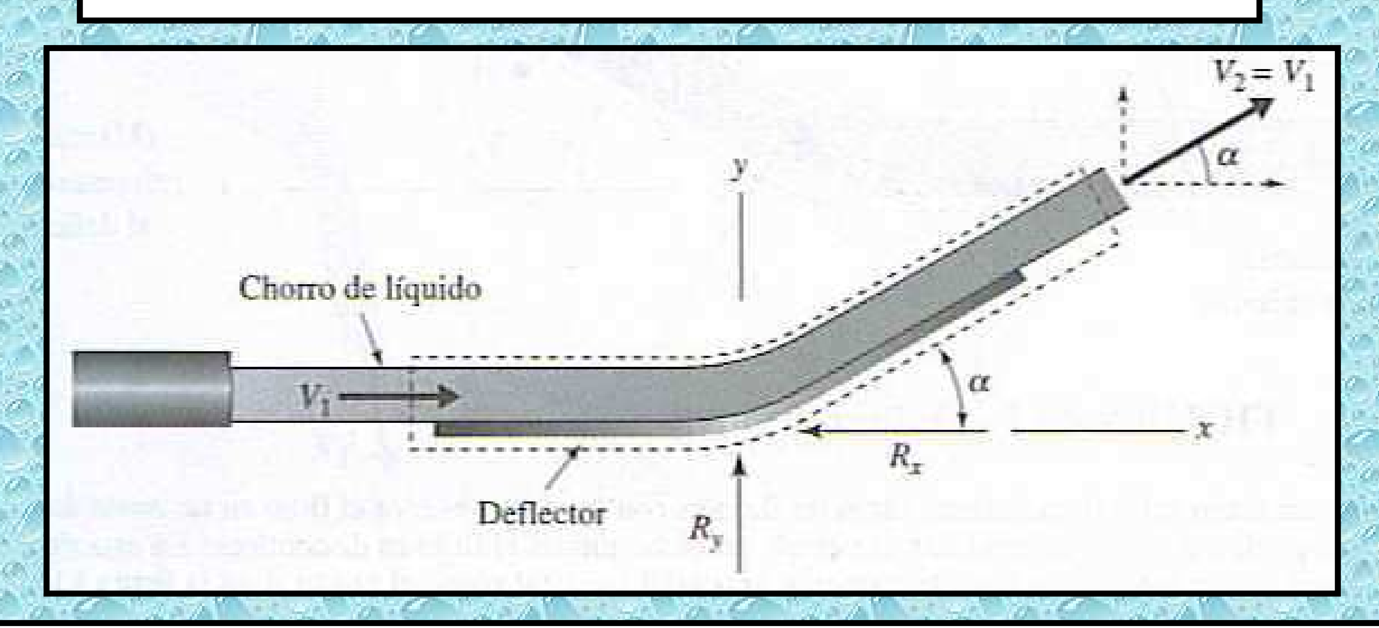
- LA PRESIÓN EXTERNA A LOS CHORROS DE FLUIDO ES CONSTANTE EN TODAS PARTES DE MODO QUE LA PRESIÓN EN EL FLUIDO CONFORME SE DESPLAZA SOBRE UN DEFLECTOR PERMANECE CONSTANTE.

- LA RESISTENCIA FRICCIONAL PRODUCIDA POR LA INTERACCIÓN FLUIDO-DEFLECTOR ES INSIGNIFICANTE DE MODO QUE LA VELOCIDAD ENTRE LA SUPERFICIE DEL DEFLECTOR Y LA CORRIENTE DE CHORRO PERMANECE SIN CAMBIO.

- EL ESPARCIMIENTO LATERAL DE UN CHORRO PLANO SE IGNORA

- LA FUERZA DEL CUERPO, EL PESO DEL VOLUMEN DE CONTROL ES PEQUEÑO Y SERÁ IGNORADO.

DEFLECTOR ESTACIONARIO



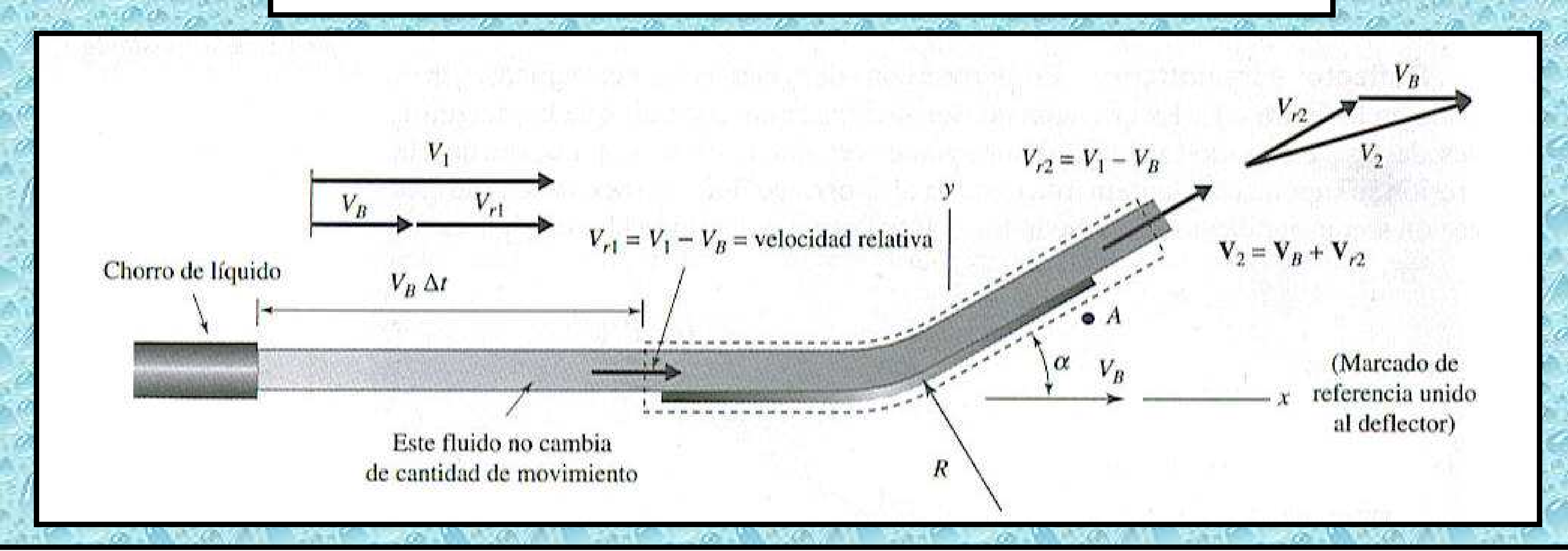
SE CONSIDERA EL DEFLECTOR ESTACIONARIO AL CONSIDERADO EN LA FIGURA.

LA ECUACIÓN DE BERNOULLI PERMITE CONCLUIR QUE LAS MAGNITUDES DE LOS VECTORES DE VELOCIDAD SON IGUALES (ES DECIR $V_2=V_1$). PUESTO QUE LA PRESIÓN SE SUPONE CONSTANTEMENTE EXTERNA AL CHORRO DE FLUIDO Y LOS CAMBIOS DE ELEVACIÓN SON INSIGNIFICANTES. E1 – h12 = E2.

$$-R_X = M\left(V_2 \cos\alpha - V_1\right) = MV_1\left(\cos\alpha - 1\right)$$

$$R_Y = MV_2 sen\alpha = MV_1 sen\alpha$$

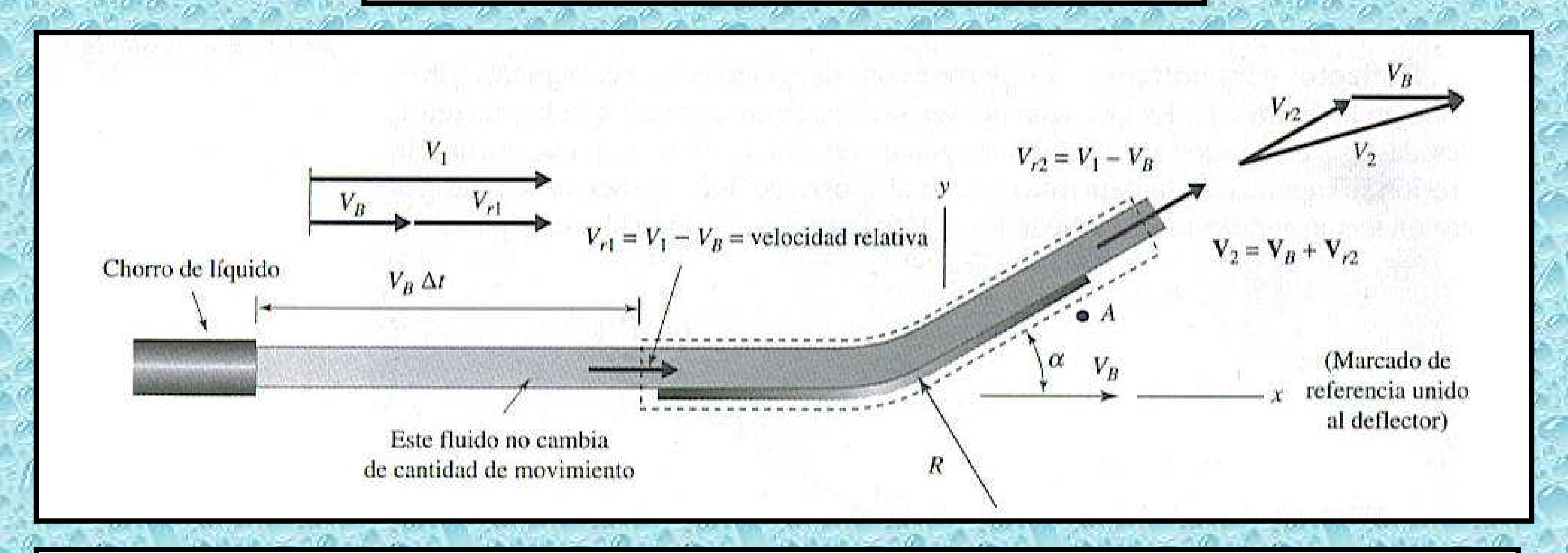
DEFLECTORES MOVILES



CONSIDERE EL DEFLECTOR MOSTRADO EN LA FIGURA QUE ESTÀ EN MOVIMIENTO EN LA DIRECCIÒN X POSITIVA CON LA VELOCIDAD V_B, Y EL CHORRO DE LÌQUIDO EN EL EJE X POSITIVO QUE SALE DE UN PUNTO FIJO CON VELOCIDAD V_1.

EN LA FIGURA SE OBSERVA UNA VELOCIDAD RELATIVA V_{r1} DE ENTRADA AL VOLUMEN DE CONTROL $V_{r1}=V_1-V_B$, QUE PERMANECE CONSTANTE A MEDIDA QUE EL FLUIDO FLUYE CON RESPECTO AL DEFLECTOR, Y NO CAMBIA PUESTO QUE LA PRESIÒN NO LO HACE.

DEFLECTORES MOVILES



RESPECTO AL MARCO MOVIL LA ECUACIÒN ADOPTA LA FORMA:

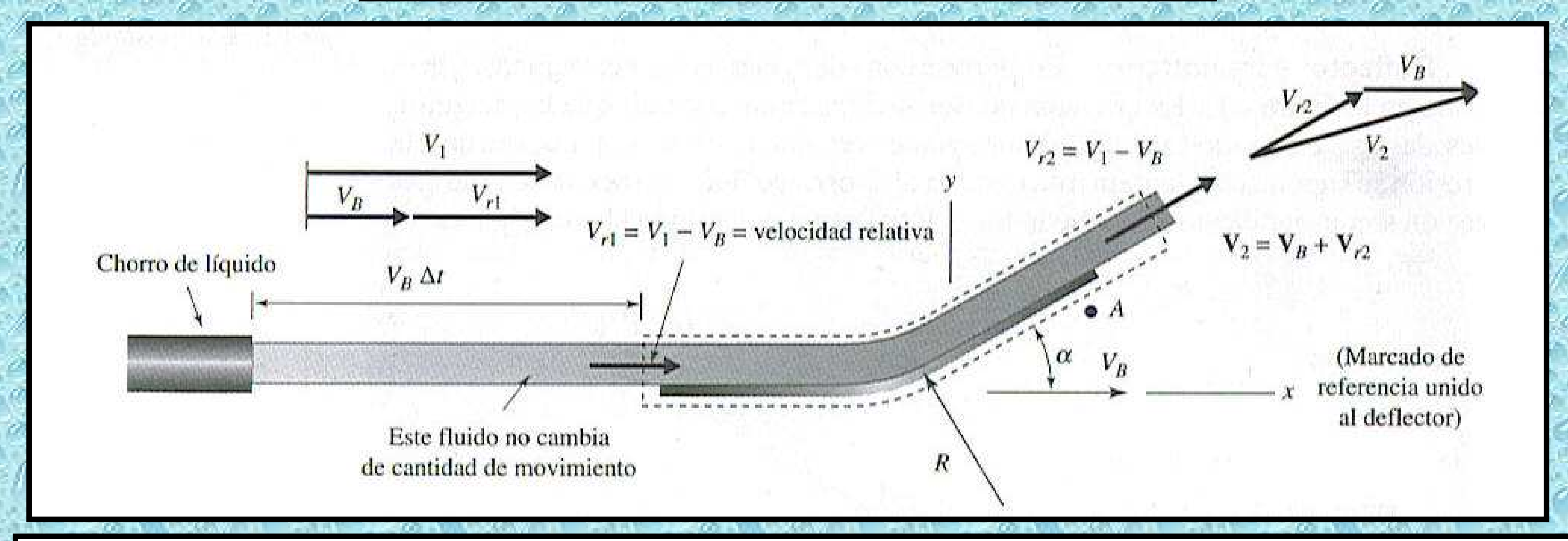
$$-R_X = M_r (V_r)(\cos\alpha - 1)$$

$$V_r = (V_1 - V_B)$$

$$R_Y = M_r (V_1 - V_B) sen\alpha$$

DONDE M_r REPRESENTA SOLO LA PARTE DE FLUJO DE MASA QUE SALE DE LA BOQUILLA Y CUYA CANTIDAD DE MOVIMIENTO CAMBIO.

DEFLECTORES MOVILES



PUESTO QUE EL DEFLECTOR SE ALEJA DEL CHORRO FIJO ALGO DE FLUIDO QUE ABANDONA EL CHORRO FIJO NUNCA EXPERIMENTA UN CAMBIO DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO. ESTE FLUIDO ESTA REPRESENTADO POR LA DISTANCIA $V_B\Delta t$.

POR CONSIGUIENTE:

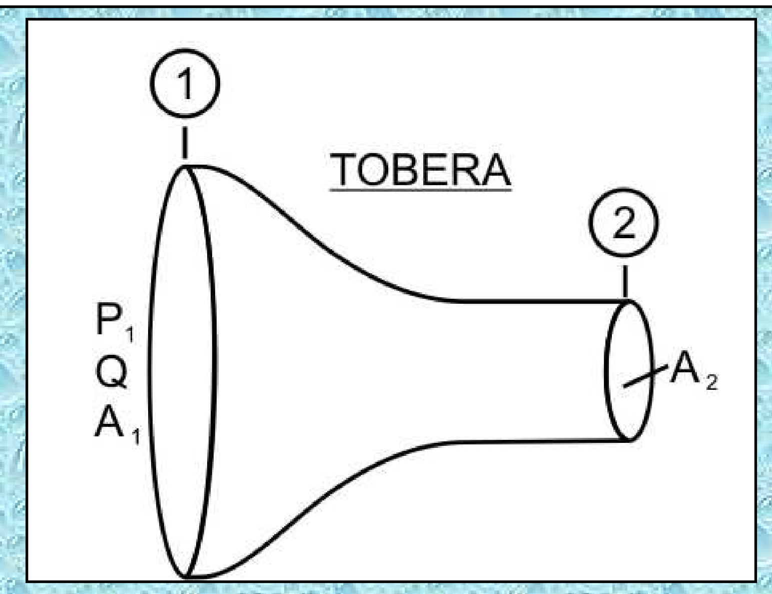
$$M_r = \rho.A.(V_1 - V_B)$$

$$M_r = \rho.AV_1 - \rho AV_B$$

AL FLUJO DE MASA $\rho.A.V_1$ SE RESTA EL FLUJO DE MASA $\rho.A.V_B$ PARA PROPORCIONAR EL FLUJO DE MASA M_r.

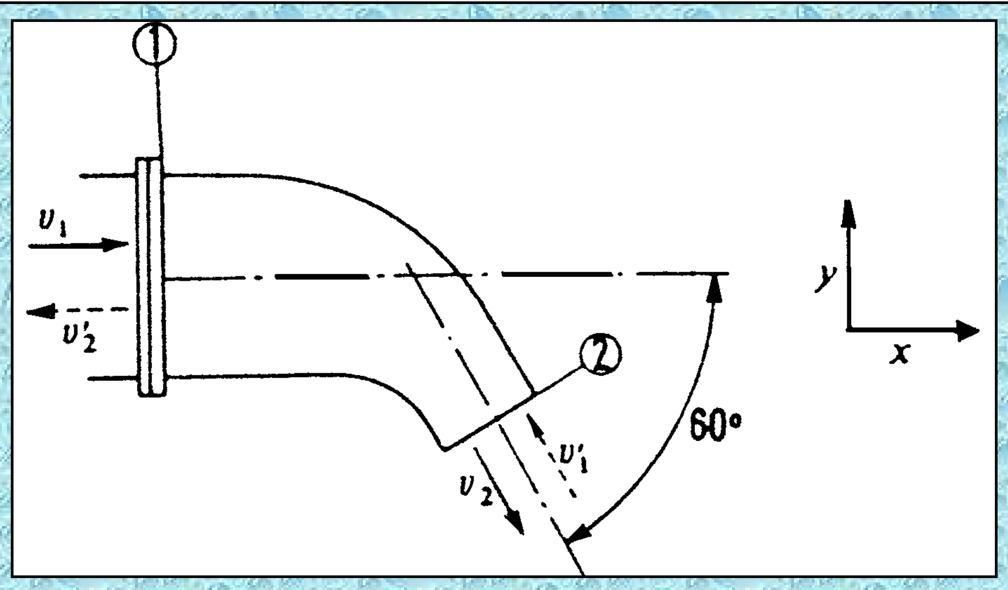
PROBLEMA

Por la tobera horizontal que se muestra en la figura fluye agua con un caudal de 0.03154 m^3/s, que descarga a la atmósfera en el punto 2.
La tobera está conectada al punto 1 por la entrada, y se considera que las pérdidas por fricción son despreciables. El diámetro interno de la conexión de entrada es de 0.0635, y el diámetro interno de la salida es de 0.0286 m. Calcular la fuerza resultante en la pared de la tobera. La densidad del agua es 1000 kg/m^3.

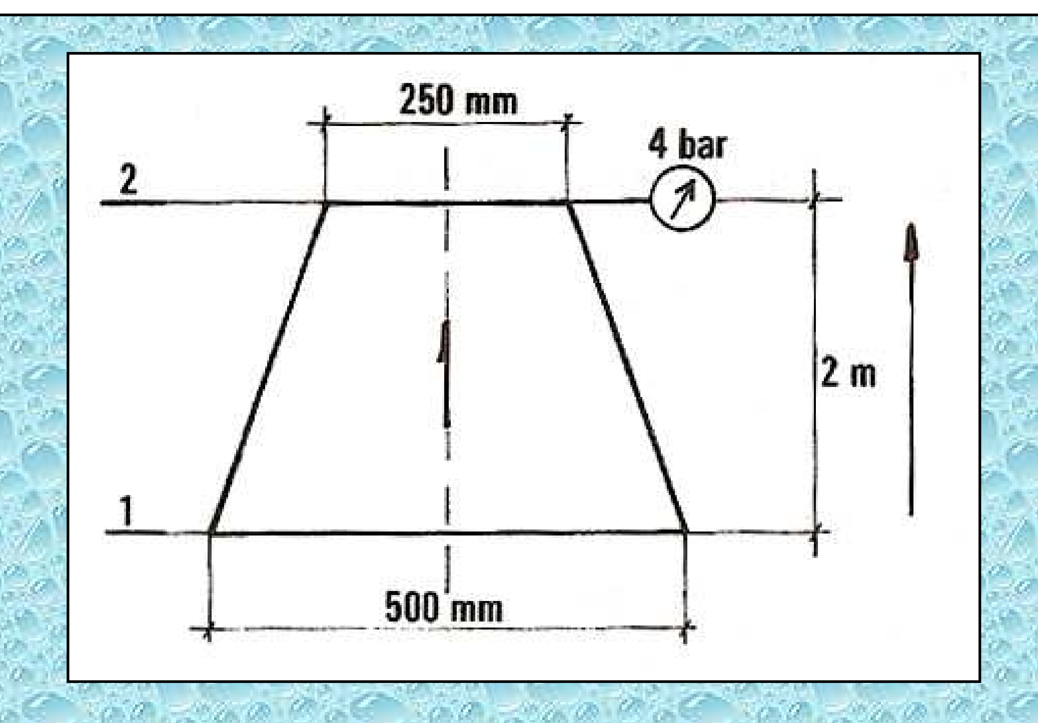


PROBLEMA

Un codo horizontal de 60º reductor de 300 mm a 150 mm de diámetro deja pasar un caudal de agua de 1800 litros/min. La presión en la tubería de 300 mm es de 2 bar. Calcular la fuerza a que está sometida la brida que une a la tubería y el accesorio de la figura. No hay descarga a la atmósfera.

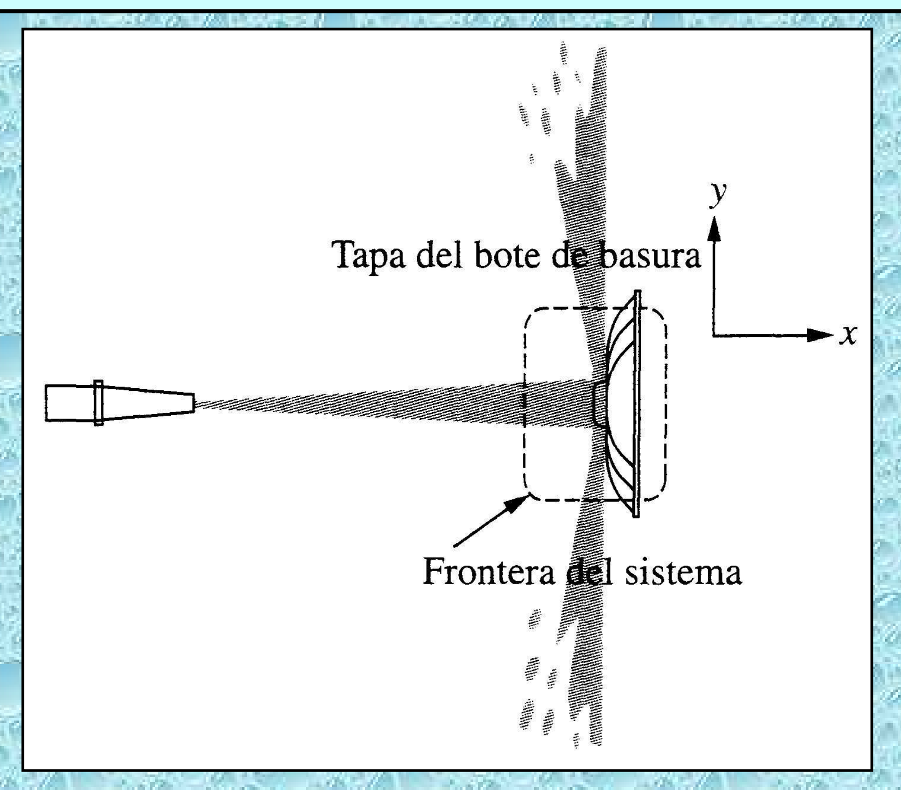


LA TOBERA CÓNICA DE EJE VERTICAL DE 2 METROS DE LONGITUD REALIZA UNA CONTRACCIÓN DE 500 mm A 20 mm. CALCULAR SIN TENER EN CUENTA LAS PÉRDIDAS, LA FUERZA VERTICAL QUE ACTÚA CUANDO POR LA TUBERÍA CIRCULA UN CAUDAL ASCENDENTE DE 14000 litros/minutos Y UN MANOMÉTRO CONECTADO A LA TUBERÍA DE 250 mm MARCA UNA PRESIÓN DE 4 bar.



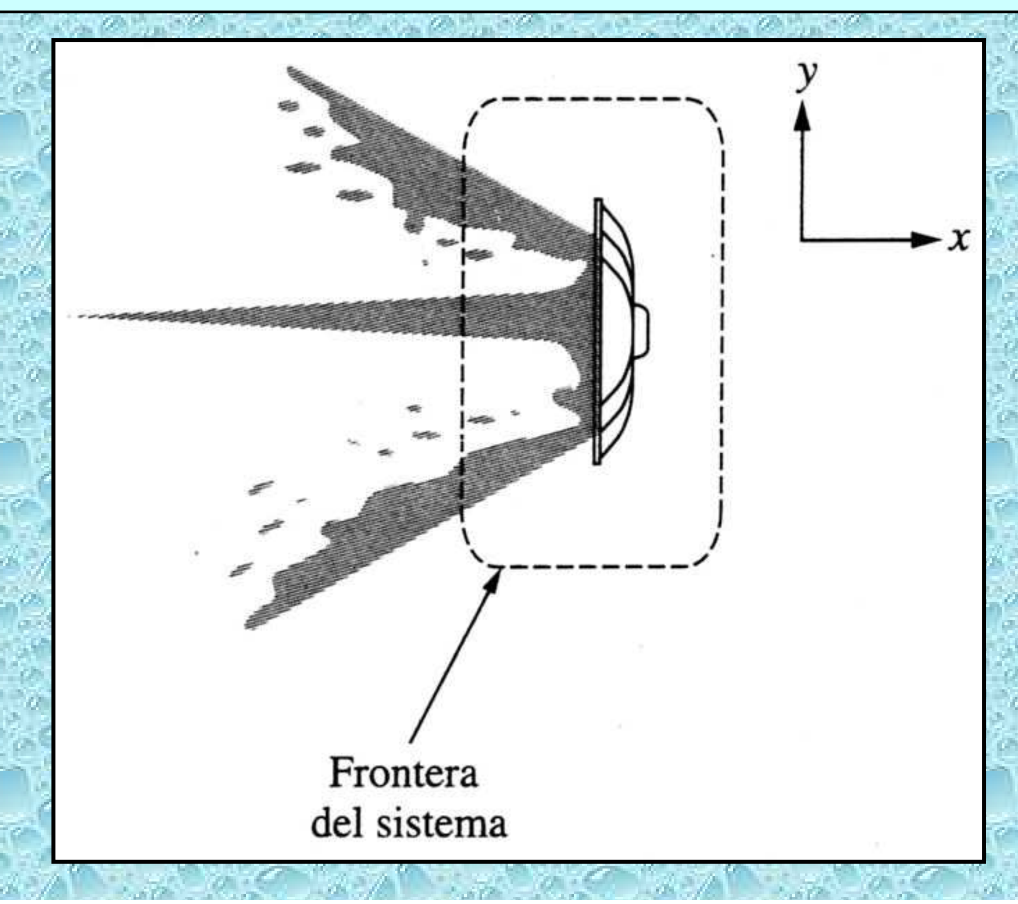
PROBLEMA

LA POLICIA ESTÁ EMPLEANDO MANGUERAS CONTRA INCENDIOS PARA DISPERSAR A UNA MULTITUD INDICIPLINADA LAS MANGUERAS SUMINISTRAN **0.01 m^3/s** A UNA VELOCIDAD DE **30 m/s**. UNA INTEGRANTE DE LA MULTITUD TOMA UNA TAPA DE UN BOTE DE BASURA Y LO USA COMO ESCUDO PARA DESVIAR AL FLUJO. ELLA LO MANTIENE VERTICALMENTE, POR LO QUE EL CHORRO SE DIVIDE EN UNA SERIE DE CHORROS DISPARÁNDOSE EN LAS **DIRECCIONES Y y Z**, SIN **COMPONENTE X** DE LA VELOCIDAD. ¿CUAL ES LA **FUERZA QUE ELLA DEBE DE EJERCER PARA SOSTENER LA TAPA** DEL BOTE DE BASURA?.



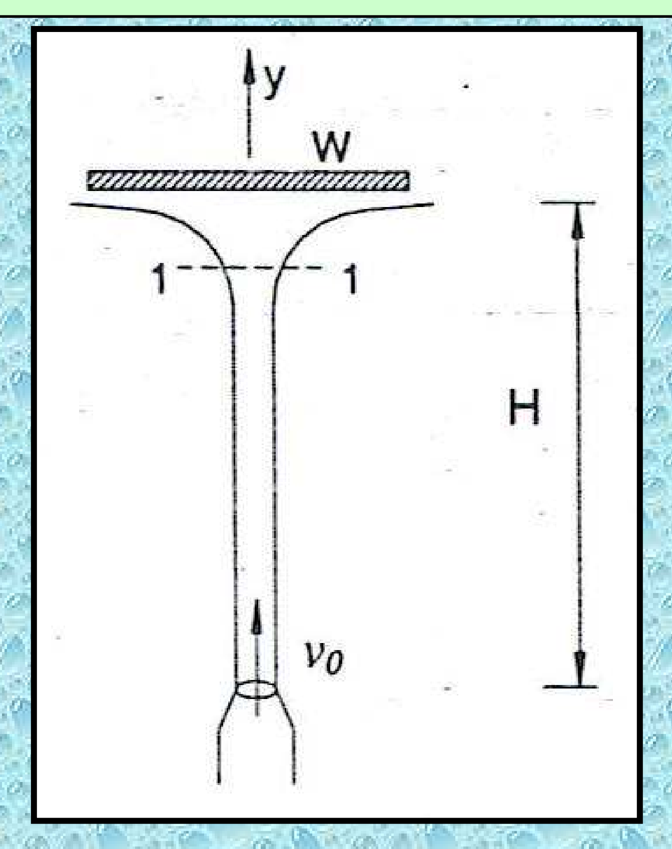
PROBLEMA

AHORA LA INTEGRANTE DE LA MULTITUD **VOLTEA LA TAPA** DE MANERA QUE PUEDA **SOSTENERLA POR EL ASA.** SIN EMBARGO, DEBIDO A LA **FORMA DE LA TAPA** EL FLUJO SE DISPARA COMO SE MUESTRA EN LA FIGURA, CON UN **COMPONENTE X PROMEDIO DE LA VELOCIDAD DE -15 m/s**. ¿CUAL ES LA **FUERZA** QUE ELLA DEBE DE EJERCER?



PROBLEMA

HALLAR EL PESO **W** QUE ESTA SIENDO SOSTENIDO POR EL CHORRO DE AGUA MOSTRADO, SI EL DIÁMETRO DE LA BOQUILLA ES DE 8 cm Y LA VELOCIDAD V_O ES 15 m/s.
LA ALTURA DE EQUILIBRIO **H** ES DE 3m.



PROBLEMA

UN CHORRO DE AGUA DE VELOCIDAD V_J INCIDE PERPENDICULARMENTE A UNA PLACA PLANA QUE SE MUEVE HACIA LA DERECHA A VELOCIDAD V_C, COMO SE MUESTRA EN LA FIGURA. CALCULE LA FUERZA NECESARIA PARA MANTENER LA PLACA EN MOVIMIENTO A VELOCIDAD CONSTANTE SI LA DENSIDAD DEL CHORRO ES 1000 kg/m^3, LA SECCIÓN DEL CHORRO ES DE 3 cm^2 Y V_J Y V_C SON 20 Y 15 m/s RESPECTIVAMENTE. DESPRECIE EL PESO DEL CHORRO Y DE LA PLACA Y SUPONGA QUE EL CHORRO SE DIVIDIVE EN DOS CHORROS IGUALES, UNO HACIA ARRIBA Y OTRO HACIA ABAJO.

